

INFORMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

COMPUTER SCIENCE AND MATHEMATICAL EDUCATION

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Puc – SP
saddoag@pucsp.br

RESUMO

O artigo discute as potencialidades da informática na educação matemática e os fatores que interferem no processo da transposição didática e, sobretudo da transposição informática. Discute também algumas das questões pedagógico-didáticas que devem ser uma preocupação importante do professor que pretende usar as novas mídias como ferramentas pedagógicas.

Palavras-chave: informática, educação matemática e novas mídias.

ABSTRACT

The article argues the potentialities of computer science in the mathematical education and factors which interfere in the process of didactic transposition and mostly computer science transposition. It also argues some pedagogical-didactic questions that must be an important care of the teacher who intends to use the new medias as a pedagogical tool.

Keywords: computer science, mathematical education and new medias.

INTRODUÇÃO

O microcomputador se apresenta como uma ferramenta privilegiada para a avaliação somativa, formativa e diagnóstica. Ele possibilita:

- O estudo do comportamento dos alunos;
- Tornar os alunos autônomos na gestão de sua aprendizagem;
- Tratar no tempo real uma parte da avaliação;
- Integrar numerosas informações multidimensionais;
- Diminuir o efeito emocional da avaliação.

Em geral, o professor está encarregado desses papéis. Entretanto, ele encontra dificuldades em assumi-los, pois, numa classe numerosa e heterogênea, ele precisa:

- Identificar o tipo de comportamento, certo ou errôneo, do aluno;
- Observar a repetição e a frequência, em sala de aula, desse comportamento;
- Conhecer as condições e a história de seu aparecimento;
- Associar a esse comportamento uma concepção ou um conjunto de situações para desequilibrá-lo;
- Agir quase instantaneamente para superar as dificuldades encontradas pelos alunos.

É desejável que as pesquisas desenvolvidas nesta área tenham realizações de programas educativos suscetíveis de atingir esses objetivos. No entanto, percebemos a importância do computador na sala de aula, bem como na formação não-acadêmica, como, por exemplo, nos lugares de trabalho (escolas ou fábricas) ou em formação individual a distância.

Houve um tempo em que os especialistas da inteligência artificial respondiam que um modelo "inteligente" seria suficiente para avaliar e medir a diferença entre esse modelo e o do aluno. Na realidade, o fracasso ou a ineficácia dessa visão evidenciou os limites dessa concepção. Além do *modelo comportamental*¹ que as respostas dos alunos permitem observar, é necessário atingir a *significação epistemológica da exatidão ou do erro*. Portanto, na leitura interpretada das respostas, deve-se inserir o *modelo epistêmico*² ainda nomeado

"*modelo do aprendiz*", que é diferente de um submodelo do "modelo inteligente". Esse modelo do aprendiz necessita de uma reconstrução dos comportamentos observados. Uma análise mais sistemática permite, às vezes, identificar as concepções dos alunos segundo as quais os processos se desenvolveram.

Isso impõe o desenvolvimento de um dispositivo informático relativamente complexo, tornando-se um verdadeiro instrumento de observação de comportamentos que uma análise psicológica e didática traduz em termos de procedimentos ou de processos. Mas, a fim de, por um lado, eliminar as causas acidentais ou locais dos erros dos alunos e, por outro lado, de formular um diagnóstico apoiando-se nas *regularidades comportamentais*, de várias origens e formas, achamos indispensável utilizar as *análises de dados multidimensionais*. Essas metodologias de análise de dados multidimensionais têm a propriedade, ao contrário de um teste inferencial, de poder tratar um importante número de dados e, a partir de um jogo de oposição, de servir de indicador diagnóstico. Assim, o microcomputador terá um importante papel no domínio de tratamento de dados: ele é analisador e revelador. Analisador porque ele fornece informações sobre o estado cognitivo do aluno, por meio dos comportamentos que permite recolher, pois essas informações são reveladas e integráveis como índices num conjunto coerente: o *modelo do aprendiz*.

Segundo Valente (1993), dentre as possibilidades do computador em contextos educacionais, podemos relacionar:

- Aprender a informática;
- Aprender a programar;
- Usar recursos informáticos projetados especificamente para o ensino;
- Usar aplicações de base para o tratamento da informação.

O mesmo autor, analisando essas possibilidades, coloca:

"O uso do computador como máquina de ensinar, informatizando os métodos de ensino tradicionais, tendo sobre o papel, lousa e giz as vantagens das animações, som e repetições sucessivas, para a melhor compreensão por parte do educando, caracterizando o paradigma instrucionista."

¹ Segundo N. Balacheff (BALACHEFF, 1994b) é no *nível comportamental* que se trata de levar em conta os comportamentos do aluno como organização dos dados didáticos.

² O modelo epistêmico é reconstruído pelo pesquisador (o didata por exemplo) a partir de um diagnóstico epistêmico. Este último consiste em uma interpretação dos comportamentos, eventualmente reconstruídos, do aprendiz para elaborar um modelo de seus conhecimentos. (BALACHEFF, 1994b).

Nesse contexto, o professor é treinado para usar um software, mantendo praticamente a mesma postura utilizada em sala de aula.

Os programas abrangem finalidades diferenciadas, tais como aquisição de conceitos, desenvolvimento de habilidades básicas ou resolução de problemas.

O computador como ferramenta, auxiliando na construção do conhecimento: segundo Valente, a mudança nos paradigmas educacionais vem acompanhada pela introdução de novas ferramentas tecnológicas. Assim sendo, não é suficiente que os educadores tenham à sua disposição ou apenas saibam operar esses elementos tecnológicos, é preciso que aprendam a elaborar e a intervir significativamente no processo educativo.

Segundo o mesmo autor, “se o objetivo principal do processo educativo é oportunizar o desenvolvimento do processo de construção do conhecimento, com o aprendiz no centro do processo educativo, compreendendo conceitos e reconhecendo a sua aplicabilidade em situações por ele vivenciadas, defendemos a utilização do computador como ferramenta, facilitando a descrição, reflexão e depuração de idéias.”

Neste artigo, analisaremos algumas das questões voltadas ao uso de um programa educativo para fins de ensino-aprendizagem. E um software educativo será considerado *como um conjunto de recursos informáticos desenvolvidos com o intuito de serem usados em contextos de ensino e aprendizagem*.

Além disso, levando em consideração essas questões, analisaremos as características importantes de dois softwares educativos (Cabri-géomètre e DEFI), e a calculadora TI81, bem como os entraves que impõem ao aprendiz.

Nossa análise baseia-se nas noções de transposição didática (Chevallard, 1991) e transposição informática (Balacheff, 1994).

I. DO SABER CIENTÍFICO AO SABER DO ALUNO: TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

A criação de objetos de ensino é o resultado de um processo complexo de adaptação dos saberes de referência aos sistemas didáticos. Esse processo, chamado **Transposição didática** por Chevallard, conduz à criação de objetos com suas caracterizações e seus funcionamentos próprios.

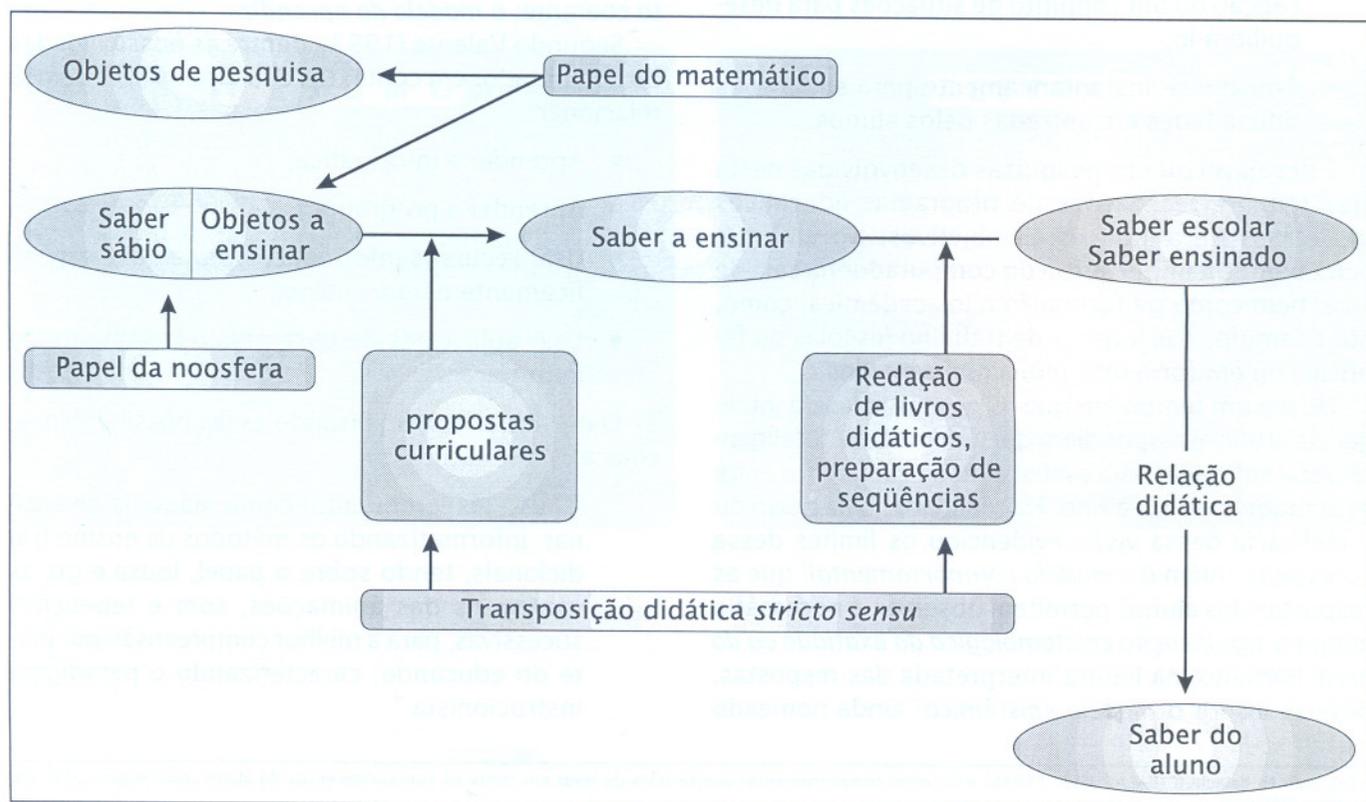


Figura 1

Yves Chevallard (1991) define a transposição didática como o conjunto de transformações por que passa um saber científico a ser ensinado. Através dessa definição, distingue-se bem “o saber científico” do “saber ensinado”.

O *saber a ensinar* é aquele que o professor acha que deve ensinar após os livros didáticos e paradidáticos fixarem a interpretação do programa.

Os *objetos a ensinar* tendo sido designados, o sistema educativo é encarregado de traduzi-los em um conjunto de conhecimentos que os alunos deverão saber. Os objetos do saber são, então, organizados em disciplinas do ensino, estruturados numa progressão, articulados logicamente sem lacunas importantes.

Para tentar fazer do saber a ensinar um conjunto de conhecimentos estruturados e acessíveis aos alunos, os especialistas são, às vezes, obrigados a reescrever as definições e propriedades, repensar as articulações lógicas e transformar certas demonstrações. Eles podem, também, inventar objetos novos (por exemplo, diagramas de flechas no ensino chamado de “Matemática Moderna”), que chamamos de *objetos do ensino*. Produz-se uma descontextualização da noção com *relação aos problemas* dos quais ela surgiu historicamente. Esse conjunto de etapas constitui o segundo ato da transposição didática.

Os livros didáticos visam, geralmente:

- Disponibilizar aos alunos uma ferramenta de referência para pesquisas eventuais;
- Propor uma partição do programa em capítulos estruturados, permitindo aos alunos e professores usá-los como referência;
- Ser uma base de dados para os exercícios e os problemas;
- Explicitar um texto, expondo as noções do programa.

Ressalta dos livros didáticos um certo tipo de saber que contribui para a instalação de uma cultura particular nos alunos de uma mesma época. Esse saber chama-se o *saber escolar*. Sua elaboração é o *terceiro ato da transposição didática*.

No quarto ato da transposição didática, o professor deve gerenciar, adaptando os objetos a ensinar a seus conhecimentos próprios, inserindo-os no saber escolar e organizando-os no tempo. No estudo da transposição didática, devemos examinar se não te-

mos uma *ruptura epistemológica* entre o objeto do saber e o objeto do ensino, ou seja, se os dois só têm em comum uma nomenclatura e, nos casos extremos, uma linguagem pseudocientífica.

O professor dispõe de várias *variáveis didáticas* que vão transformar a situação de aprendizagem. Suas escolhas terão conseqüências sobre a percepção do saber que os alunos vão desenvolver e as concepções que eles vão forjar.

Sabem que todo o *saber ensinado* não é retido pelo aluno, o qual cumpre o *quinto ato da transposição didática*, que é o de transformação do *saber ensinado* em *saber do aluno*.

II. TRANSPOSIÇÃO INFORMÁTICA

O desenvolvimento dos ambientes informáticos e a introdução dessas tecnologias na escola e na formação de professores, são acompanhados de novos fenômenos do mesmo tipo que aqueles da *transposição didática*.

Segundo Balacheff (1994), além dos entraves da transposição didática, temos aqueles da modelização e da implementação informática: entraves da modelização compatível, entraves ligados à linguagem informática e à capacidade das máquinas.

Destaca que os ambientes informáticos da aprendizagem resultam de uma construção que é um lugar de “*novas transformações*” dos objetos do ensino. Os professores devem levar em consideração esse fato.

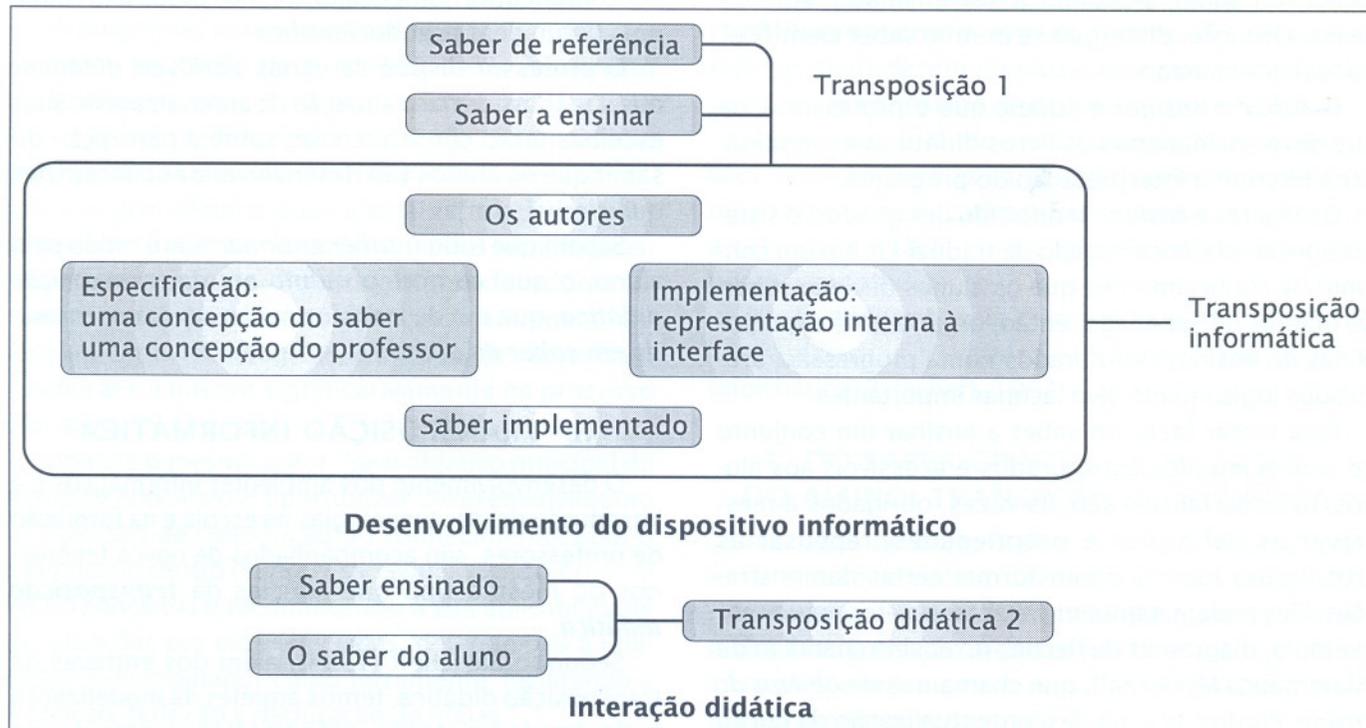
O autor analisa a seguinte problemática: um computador propondo uma representação do mundo e de seu funcionamento: que relação essa representação tem com o mundo representado?

Uma “representação do mundo” não é o “mundo”, pois essa representação tem propriedades herdadas, ao mesmo tempo, das escolhas de modelização que são feitas e das características dos meios semióticos escolhidos. Por outro lado, como dispositivo material, o computador impõe exigências que vão necessitar de uma transformação do “mundo” para que seja possível implementar sua representação.

Balacheff (1994) introduz a noção de **Transposição informática** para falar desse tratamento do conhecimento, que permite representá-lo e implementá-lo num dispositivo informático. No contexto do desenvolvimento do software educativo, essa transposição é importantíssima e significa, de fato, uma contextualização do conhecimento, que pode ter conseqüências importantes sobre os resultados das aprendizagens.

III. TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA E TRANSPOSIÇÃO INFORMÁTICA

Figura 2



Este esquema explicita os passos principais da transposição informática.

O uso dos meios informáticos complexifica o esquema acima acrescentando nele todo o processo de concepção e de realização do software.

O esquema acima mostra em que nível a transposição informática está situada no processo de transposição didática.

Uma vez que o conhecimento a ensinar é identificado, resta a especificar a arquitetura do ambiente informático de aprendizagem, o que engaja as concepções dos "autores" sobre o conhecimento e os meios de seu ensino. Além disso, deve-se realizar a implementação do conhecimento levando em consideração as exigências e os entraves ligados às características do dispositivo informático.

Um dos problemas ligados ao desenvolvimento de ambientes informáticos de aprendizado informatizado é a especificação dos modelos dos conhecimentos, sua formalização e, finalmente, sua representação simbólica.

O problema da transformação dos conhecimentos nos processos de representação no ambiente informático é essencial, pois os fenômenos que lhe são associados são susceptíveis de se combinarem, de modo complexo, aos da *transposição didática*. O problema da *transposição informática* é o do *domínio de validade epistemológica* (Balacheff, 1994a) dos dispositivos informáticos para a aprendizagem humana.

Para o desenvolvimento de um programa educativo (cf. parte transposição informática no esquema), preci-

sa-se da colaboração de especialistas de diferentes áreas (informática, psicologia, didática da matemática, ciências de educação etc.) para a elaboração de modelos *bastante explícitos, para serem embarcados* num sistema informático:

- Modelos gerais de compreensão, de resolução de problemas, de construção de conhecimentos;
- Modelos específicos nos domínios ensinados; explicitando os aspectos relativos às aprendizagens;
- Modelos pedagógicos para conceber a interação sistema-aluno, gerir as aprendizagens, adaptar-se a um aluno particular. (Monique Baron, 1993).

Os psicólogos, por exemplo, podem analisar o funcionamento cognitivo do sujeito em situação de aprendizagem. Essa contribuição pode abranger vários aspectos:

- Ergonomia das interfaces "*homem - máquina*" (número de modalidades de representação das informações...);
- Modelagem do sujeito em situação da aprendizagem (modelo de estratégias de resolução de problemas e modelos de aquisição de conhecimentos);

- Estudo do impacto dos modos de representação mental (espacial, verbal etc.) sobre as estratégias de resolução de problema e os processos de aquisição;
- Metodologia de experimentação, da avaliação e de validação (Mendelsohn, 1993).

A contribuição das ciências da educação consiste em:

- Guiar os construtores em propostas pedagógicas globais baseadas nas teorias pedagógicas (Bloom, Piaget, Vigotsky ...);
- Auxiliar na definição dos objetivos pedagógicos precisos;
- Propor métodos de ensino mais adequados aos objetivos fixados;
- Conceber mecanismos dinâmicos de gestão da proposta curricular;
- Conceber metodologias de observação e de avaliação dos produtos nos diferentes contextos sociais (Dillenbourg, 1993).

IV. QUESTÕES SOBRE USO DE AMBIENTES COMPUTACIONAIS EM SALA DE AULA

1) O primeiro questionamento que o professor de matemática deve fazer é: qual saber matemático ou conhecimento queremos ensinar? E como ensiná-lo?

Se o recurso informático for o suporte pedagógico escolhido pelo professor, ele deve saber que o computador e os softwares educativos são ferramentas de trabalho, cujo uso precisa de uma estratégia pedagógica. É o professor que deve definir essa estratégia, em função dos objetivos do ensino e das ferramentas de que dispõe. Mas sabemos que a maioria de nossos professores não tem a devida formação que os prepare para usar o computador como ferramenta, auxiliando na construção de conhecimentos.

Segundo Bernard Cornu (1992), a formação dos professores deve levar em conta a evolução da Matemática, e a sua abordagem de um ponto de vista experimental. A formação deve, também, levar em conta o aspecto didático: não basta um professor possuir conhecimentos matemáticos para que ele esteja automaticamente capaz de desenvolver situações que proporcionem ao aluno uma aprendizagem eficiente. Enfim, a formação deve comportar um certo número de conhecimento informático: um mínimo de conhecimento sobre o material informático e uma formação mais detalhada sobre os principais softwares disponíveis: linguagens, ferramentas gráficas, softwares educacionais etc.

Para Dubensky (1992), a maneira como um computador é utilizado depende de suas características particulares e das possibilidades que ele oferece, bem como de nossa compreensão dos desenvolvimentos cognitivos que se devem criar, para que o aprendiz aprenda um determinado conceito. A metodologia desenvolvida por um professor deve implicar em várias interações, como:

- Sua compreensão do conceito a aprender e a compreensão do conceito esperado do aprendiz em um dado momento;
- Nossa idéia do desenvolvimento cognitivo a “proporcionar” para aprender o conceito e aquela realmente desenvolvida nas atividades dos aprendizes;
- A epistemologia, tal como ela é em um determinado momento, e as modificações que devem ser feitas em função dos resultados das observações etc.

2) Levando em consideração os objetivos do ensino-aprendizagem

O objetivo do uso dos ambientes informáticos na educação é proporcionar ao aluno condições favoráveis à aquisição de conhecimentos e à superação das dificuldades de ensino-aprendizagem. Por isso, deve-se propor situações suscetíveis de evoluir e de fazer evoluir o aluno segundo uma dialética conveniente. A construção de tais situações vai necessitar da identificação de variáveis didáticas pertinentes sobre as quais poderemos eventualmente organizar um salto informacional (Brousseau, 1986). O objetivo dessas situações será fazer evoluir as concepções errôneas dos alunos e fazer aparecer suas concepções espontâneas frente às situações envolvendo um dado conceito.

O professor, levando em consideração essa problemática, deve, antes de tudo, buscar respostas para as indagações a seguir, sabendo que a análise didática das respostas o ajudará na construção de situações-problema que atendam aos objetivos do ensino-aprendizagem.

- Qual ambiente informático utilizar?
- Permite a construção de situações nas quais as variáveis são controláveis?
- Permite a identificação e a interpretação dos erros e as condições de seu aparecimento?
- Pode-se construir modelos dos processos errôneos?
- Pode-se construir situações didáticas nas quais esses processos seriam desequilibrados?
- O uso desse ambiente permitirá alcançar os objetivos didáticos fixados pelo professor?

3) A respeito dos efeitos da transposição informática:

Os conhecimentos construídos pelo aluno numa interação com um dispositivo informático são susceptíveis de ter características que as distinguem daquelas que seriam construídas em outro contexto. Por essa razão o professor deve proceder a uma análise didática e epistemológica (efeitos do contrato didático e da transposição informática) dos conhecimentos que os alunos apreenderiam num ambiente informático. Deve-se então, procurar respostas para as seguintes indagações:

- Quais são as limitações (ou entraves, exigências) que o software impõe ao usuário?
- Quais comportamentos ele induz e qual ensino-aprendizagem ele permite efetivamente?
- Quais são os efeitos do ensino-aprendizagem com um software educativo sobre os conhecimentos construídos em sala de aula?
- Quais são os efeitos da *transposição informática* do saber matemático sobre o conhecimento construído pelo aluno na interação com o dispositivo informático?

4) A respeito do tipo de ajuda oferecido pelo software e do papel do professor

Os ambientes informáticos possibilitam a aprendizagem da formulação e da conceituação, mas para que isso aconteça de uma maneira eficiente, precisa-se desenvolver situações didáticas nas quais as variáveis não-matemáticas (por exemplo, manipulação do ambiente informático, aprendizagem da linguagem informática, problemas de memória, de interface etc.) influenciem menos o desenvolvimento das atividades de ensino-aprendizagem a serem trabalhadas com auxílio dessas ferramentas.

Além disso, um software educativo não é acompanhado de todos os parâmetros didáticos, nem de todo o ambiente pedagógico necessário ao ensino-aprendizagem. No sistema didático saber-professor-aprendiz, o computador não traz uma quarta componente. Ele influencia cada uma das três componentes: o saber matemático e o saber a ensinar, o professor e o ensino, e, enfim, o aluno e sua aprendizagem.

Para minimizar os efeitos perversos das variáveis de difícil controle e para uma melhor eficácia do uso do computador em sala de aula, é necessário que o professor preveja fases coletivas e fases individuais, fases com o professor e fases de trabalho individual.

O computador introduz, também, elementos parasitas no ensino e na aprendizagem. A informática traz seus próprios obstáculos, ela pode revelar ou reforçar obstáculos, pode provocar a interferência de obstáculos exteriores.

Respostas às seguintes questões deverão auxiliar o professor a encaminhar estratégias de ensino-aprendizagem levando em consideração as variáveis didáticas pertinentes e os obstáculos (didáticos, epistemológicos...) a superar pelos alunos.

- Que tipo de ajuda o software oferece ao aluno na resolução de problemas (mensagens, balanço etc.)?
- Qual é a influência das características específicas do software e das variáveis didáticas das situações-problema?
- Qual é o papel do professor na construção de situações didáticas?
- Que organização da classe o professor deve prever (tempo necessário número de computadores, trabalho individual ou em grupo etc.)?
- Qual é a influência dos aspectos puramente informáticos sobre o ensino-aprendizagem do conceito matemático em jogo?

V. ANÁLISE DE DOIS AMBIENTES INFORMÁTICOS – EFEITOS DA TRANSPOSIÇÃO INFORMÁTICA

1. O software Cabri-géomètre

O programa educativo Cabri-géomètre foi desenvolvido no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática do IMAG na Universidade Joseph Fourier de Grenoble- França.

Ele é um ambiente informático aberto, no qual o usuário pode explorar um domínio particular e descobrir suas propriedades, com um mínimo de ajuda do sistema. Foi desenvolvido para a exploração do universo da geometria elementar.

Suas características importantes

Duas características importantes desse ambiente informático são: a coexistência de *primitivas de construção de desenho puro* (ponto, retas, segmento, circunferência etc.), de *primitivas geométricas* (pontos, retas, segmento, circunferência etc.), e a manipulação direta do desenho. Por exemplo, desloca-se com o mouse um dos elementos básicos do desenho, este último deforma-se respeitando as propriedades geométricas que serviram a seu traçado e das propriedades que decorrem desse traçado. Assim, se o desenho foi traçado com primitivas de desenho-cabri, ele perde suas propriedades espaciais aparentes no seu estado original no momento do deslocamento de um de seus elementos.

O Cabri-géomètre é um programa que permite construir todas as figuras da geometria elementar que po-

dem ser traçadas numa folha de papel com régua e compasso. É um programa com uma característica importante: permite uma modificação dinâmica da figura.

Essa possibilidade de deformar permite o acesso rápido e contínuo a todos os casos, constituindo-se numa ferramenta rica de validação experimental de fatos geométricos. É um programa que permite visualizar a trajetória de um ponto que satisfaz a uma determinada propriedade geométrica. Esse fato, impossível com papel e lápis, é fundamental para uma melhor compreensão da noção de lugar geométrico.

O deslocamento por manipulação direta é uma das componentes importantes de Cabri-géomètre oferecendo uma retroação às ações do aluno. O deslocamento permite uma retroação exterior mais rica na produção do aluno porque ela se apóia sobre conhecimentos geométricos. A vantagem do deslocamento decorre do fato de que essas retroações vêm de um dispositivo externo ao sujeito e independente do professor: elas são, assim, suscetíveis de fazer evoluir o aprendiz.

A versão 2 de Cabri-géomètre conserva todas as características da versão 1, mas apresenta várias modificações em relação ao Cabri-géomètre I. Eis algumas dessas modificações:

- Uma nova gestão dos objetos de base: uma reta é definida seja por um ponto e uma direção, seja por dois pontos; por outro lado, uma circunferência é definida por seu centro e um raio ou um ponto dado;
- Uma gestão simplificada da noção de ponto;
- Novos objetos: semi-reta, polígono regular, arco, cônica;
- O lugar geométrico: a opção “lugar geométrico” fornece automaticamente lugares geométricos que permanecem na tela;
- A introdução de números e de uma calculadora e a ferramenta “transferência de medidas”;
- Geometria analítica: possibilidade de determinar as coordenadas de um ponto e equações de curvas;
- Gestão do infinito permitindo trabalhar a geometria projetiva;
- Introdução da noção de vetor;
- Ferramentas que fornecem diretamente as principais transformações etc.

A riqueza das retroações que decorrem do deslocamento permite diferentes interpretações pelo sujeito usuário do software. C. Laborde (Laborde et al., 1994) distingue três níveis numa tarefa de construção de um cabri-desenho satisfazendo a dadas condições:

- Pelo deslocamento, coloca-se o cabri-desenho numa posição particular que permite reconhecer se o desenho procurado é obtido; neste nível a interpretação se faz a partir da percepção;
- Verifica-se que as propriedades geométricas do cabri-desenho não são alteradas por deslocamento de um elemento do desenho.

Os autores observam que a interpretação de uma ausência de relação entre constituintes de um cabri-desenho pode ser interpretada em dois níveis:

- Como uma ausência de relação de tipo físico ou mecânico ao nível de cabri-desenho, o sujeito se pergunta, no primeiro momento, sobre o cabri-desenho, deixando de lado o objeto geométrico;
- Como a ausência de relação geométrica entre elementos do objeto geométrico representado pelo cabri-desenho, a retificação se fará pelo uso de primitivas geométricas, a fim de satisfazer uma finalidade geométrica;
- Procura-se analisar geometricamente a trajetória de certos elementos do cabri-desenho no deslocamento;
- Para validar ou invalidar a construção com relação à satisfação das condições pedidas;
- Ou para encontrar os erros, nos casos cuja produção seria reconhecida como inválida.

Limitações do software Cabri-géomètre

Uma das principais limitações é que o Cabri-géomètre, sozinho, como todos os programas educacionais, não garante uma aprendizagem eficiente, é preciso incluí-lo num dispositivo didático, no qual o professor estará encarregado, entre outras tarefas, da construção das situações-problema e do gerenciamento da sala de aula.

O aluno, uma vez medindo em diversas posições os elementos de sua figura, pode concluir que isso substitui a **prova matemática**, ou seja, o computador já mostrou a veracidade e não há necessidade de uma justificação matemática.

Limitações do Cabri-géomètre I

O aluno, ao efetuar medições, poderá observar, em algumas posições da figura, uma deficiência em relação às aproximações, pois Cabri-géomètre trabalha com uma casa após a vírgula, o que pode atrapalhar em algumas situações que envolvam medições de segmentos.

A mesma situação ocorre em relação aos ângulos, pois Cabri-géomètre usa apenas o grau e não os seus submúltiplos.

Também em relação à precisão gráfica, o desenho é composto de “pixeis”, que podem transformar um triângulo, por exemplo, em uma verdadeira escadinha. O aluno, então, pode corrigir essa distorção do software e o professor pode chamar a atenção para esse aspecto não-matemático.

Limitações do Cabri-géomètre II

Cuppens (1996) destaca algumas opções de Cabri II, que podem se tornar problemáticas quando se usa o software:

- A introdução dos números e da “transferência de medidas” pode esconder a natureza real dos objetos obtidos (por exemplo, comprimento de uma circunferência ou a área de um disco não são noções evidentes para os estudantes);
- A possibilidade de gerir o infinito que possibilita o estudo da geometria projetiva pode, segundo o autor, gerar situações incompreensíveis para um usuário não experiente etc.

2 Caso da calculadora TI-81

Luc Trouche (1992), na sua tese de doutorado “*A propos de l'apprentissage des limites de fonctions dans un environnement calculatrice: étude des rapports entre processus de conceptualisation e processus d'instrumentation*”, analisa as relações entre processo de conceitualização e processo de instrumentalização, no que diz respeito à aprendizagem do limites de funções no ambiente “calculadora”.

O autor, entrevistando alunos e professores sobre as calculadoras gráficas, destaca o seguinte: para os alunos, uma calculadora gráfica demonstra (mostra) as propriedades de funções. Para os professores, uma calculadora gráfica é uma geringonça, que não tem nenhuma legitimidade matemática. No entanto, uns e outros concordam com um fato: o domínio dessa ferramenta não necessita de nenhuma aprendizagem particular.

O autor defende a tese inversa: a manipulação de uma calculadora gráfica não tem nada de natural e sua utilização arbitrária pode ter muito peso na construção de conhecimentos matemáticos.

A pesquisa destaca uma sessão utilizando a TI-81, para calcular o limite de

$$\frac{\sin x - x}{x^3}$$

Os alunos fizeram as conjecturas: “No início, o limite parecia ser -0,2, depois há uma incerteza, depois o limite se estabiliza em zero”. Num segunda

sessão, o professor retoma o problema e prova que o limite é $-1/6$. A questão seguinte foi proposta aos alunos: Esse resultado é compatível com as observações feitas com a calculadoras?

O autor classifica as reações dos alunos em quatro categorias:

- Há os alunos “perplexos”, paralisados pela clara contradição entre os resultados “máquina” e os resultados teóricos;
- Há os alunos “exclusivos”, que simplesmente trocam os resultados “duvidosos” pelos resultados “certos”. O resultado duvidoso, sendo evidentemente, o menos legítimo. Se existe a palavra do professor contra a máquina, é o professor que tem razão. Mas se é o aluno contra a máquina...
- Há os alunos “conciliadores”, que “se viram” para tornar tudo compatível: eles explicam que a máquina tinha dado zero como limite, mas que zero não está longe de $-1/6$;
- Há, enfim, os alunos “críticos” que vão retomar os resultados sucessivos da máquina e constatar que ela dá um resultado conveniente quando se permanece na zona de cálculos aceitáveis por ela.

Quaisquer que sejam as atitudes dos alunos, está claro que a manipulação da calculadora gráfica tem conseqüências na aprendizagem em foco. Desse modo, fica claro que a utilização de calculadora não é neutra; ela tem uma influência importante na aquisição dos conceitos essenciais da análise matemática.

Limites de uma função e calculadoras: transposição informática

O autor, analisando os efeitos da transposição informática do ambiente “calculadora”, evidencia as seguintes exigências:

- Exigências ligadas ao uso de uma calculadora: exigências internas: modalidades de existência, o universo interno, natureza da tela: os “pixeis”
- Exigências de comando: nas operações que são permitidas pela máquina, por exemplo, não existe um comando para o cálculo de “limite de função” (trata-se de uma parte das exigências ligadas à interface);
- Exigências de organização: acesso aos comandos, comparação das diferentes possibilidades de acesso, trata-se da organização da interface.

A determinação dessa tríplice rede de exigências (internas, de comando e de organização) permitirá ter acesso à transposição informática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AG ALMOULOUD, S.; GIORGIUTTI, I. DEFI: Outil didactique et d'aide à la recherche en EIAO. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions, v. 14, n.1.2, p.139-163, 1994.
- ARSAC, G.; DEVELAY, M. TIBERGHEN, A. **La transposition didactique en Mathématiques, en Physique, en Biologie**. Lyon: IREM et LIRDIS de Lyon, 1989.
- BALACHEFF, N. Didactique et Intelligence Artificielle. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions, v. 14, n.1.2., 1994a.
- BALACHEFF, N. La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique, inaRIGUE m. & al..(org.): Vingt ans de didactique des mathématiques en France. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. especial. La Pensée Sauvage Editions, 364-370, 1994b.
- BALACHEFF, N.; BARON, G.L.; BARON, M.; DILLENBOURG, P.; GRAS, R.; MADAULE, F.; MENDELSON, P.; NGUYEN-XUAN, A.; NICAUD, J.F.; EIAO: points de vue des disciplines, in Monica Baron, Régis Gras, Jean-François Nicaud (1993) "org.". **Environnements interactifs d'apprentissage avec ordinateur.**, PRC-GDR Intelligence Artificielle?GR Didactique, Journée EIAO-ENS de Cacham, EYROLLES, p.7-14.
- BROUSSEAU, G.; Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, v.7, n.2, p.33-115, 1986.
- BROUSSEAU, G. Problèmes de didactique des décimaux. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, v.2.1, p.37-127, 1981.
- CHEVALLARD, Y.; JOHSUA, M. A. Un exemple de la transposition didactique: la notion de distance. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, v. 3.1, p.159-239, 1982.
- CHEVALLARD, Y.; JOHSUA, M. A.; **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.
- CORNU, B. L'évolution des mathématiques et leur enseignement, "In" CORNU, B."(org.)". Nouvelle Encyclopédie Diderot: **L'ordinateur pour enseigner les mathématiques**. Paris: Presse Universitaire de France., 13-70, 1992.
- CUPPENS, R. De Cabri-géomètre I à Cabri-géomètre II, quelques problèmes épistemologiques et didactiques. **Université d'été Cabri-géomètre de l'ordinateur à la calculatrice. De nouveaux outils pour l'enseignement de la géométrie**, IUFM de Grenoble, IREM de Grenoble, Laboratoire Leibniz-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble, p.189-201, 1996.
- DUBINSKY, E.; Utilisation de l'ordinateur à partir d'une théorie de Piaget sur l'apprentissage de concepts mathématiques. "In" CORNU, B."(org.)". Nouvelle Encyclopédie Diderot: **L'ordinateur pour enseigner les mathématiques**, Paris: Presse Universitaire de France, 237-270, 1992.
- GRAS, R.; AG ALMOULOUD, S. Le temps, analyseur de comportements d'élèves dans l'environnement DEFI. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage – Editions, v.14, n.1.2, p.251-274, 1994.
- GRAS, R.; BOISNARD, D.; ALLEN, R.; NICOLAS, P.; TRILLING, L. Gestion informatisée de problèmes et de démarches liées à leur résolution, "In" CORNU, B."(org.)". Nouvelle Encyclopédie Diderot: **L'ordinateur pour enseigner les mathématiques**, Paris: Presse Universitaire de France, P.205-236, 1992.
- LABORDE, C.; CAPPONI, B.; Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 14, n. 1.2, p.165-210, 1994.
- TROUCHE L. **A propos de l'apprentissage des limites de fonctions dans un "environnement calculatrice": Etude des rapports entre processus de conceptualisation et processus de instrumentalisation**. Thèse de l'Université Montpellier II, Sciences et Techniques du Languedoc, Laboratoire Etude et Recherche sur l'Enseignement Scientifique, 1996.
- VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na Educação, in Valente, J. A.(org.), **Computadores e conhecimento, repensando a Educação**, UNICAMP-NIED, p.1-23, 1993.
- VALENTE, J. A. Por que o computador na educação?, in Valente, J. A."org.", **Computadores e conhecimento, repensando a Educação**, UNICAMP-NIED, p.24-44, 1993.