

05

O uso das Múltiplas Representações Externas para Remediação de Erros em um Objeto de Aprendizagem para o Teorema de Pitágoras

Maici Duarte Leite ¹

Diego Marczal ^{1,2}

Andrey Ricardo Pimentel ³

Resumo

O uso de conceitos presentes em Sistemas Tutores Inteligentes vem crescendo em objetos de aprendizagem (OA), em especial a remediação de erros. O destaque deste estudo vai além do uso de conceitos de STI e explora a eficiência do uso das Múltiplas Representações Externas (MREs) na remediação de erros. Assim, o presente artigo apresenta o modelo arquitetural, os conceitos pertinentes à classificação de erros matemáticos e das Múltiplas Representações Externas. Bem como a aplicação contextualizada de um experimento a partir do desenvolvimento do OA matemático para o aprendizado do Teorema de Pitágoras. Em seguida é apresentado a aplicação de um experimento com uso de pré-teste e pós-teste, a fim de validar a eficiência do uso de Remediação de Erros matemáticos com o uso de MRE junto uma a escola da rede pública de ensino do estado do Paraná, em uma turma de 9º ano.

Abstract

The use of concepts present in Intelligent Tutoring Systems has grown in Learning Objects (LO), particularly the remediation of errors. The highlight of this study goes beyond the use of ITS concepts and explores the use efficiency of Multiple External Representations (MER) in the remediation of errors. Thus, this paper presents the architectural model, the concepts relevant to the classification of mathematical errors and Multiple External Representations. As well as the contextual application of an experiment of the development of OA mathematician to learning the Pythagorean Theorem. Next is presented the application of an experiment with pre-test and post-test in order to validate the efficiency of using Remediation of mathematical errors with MER applied in a public school at the state of Paraná, in the 9th grade of Elementary school.

¹ Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR) Grupo de Pesquisa OPTICS
Francisco Beltrão – Paraná – Brasil

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Guarapuava – Paraná – Brasil

³ Departamento de Informática – Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Curitiba – Paraná – Brasil

1 Introdução

O interesse pelo uso de OA como recurso didático em sala de aula é crescente justamente pela possibilidade de explorar características pertinentes a esse material. Um OA apresenta a possibilidade de ser usado, reutilizado ou referenciado durante o aprendizado apoiado por computador (IEEE, 2000).

O contexto explorado em um OA atrelado a conceitos presentes em STI, como a remediação de erros, vem se consolidando, sendo apresentados brevemente neste estudo, e aparentemente é pertinente para ganhos educacionais de seus usuários.

Estudos (Rau, Scheines, 2012; Rau, Aleven, Rummel, Rohrbach, 2012) realizados até o momento confirmam que os estudantes precisam de apoio para se envolver nos processos de tomada de decisão, a fim de compreenderem conceitualmente como as diferentes representações externas podem apresentar informações.

Outro aspecto que embasa o estudo são as pesquisas envolvendo o erro matemático tornou-se um campo consistente de estudo na comunidade acadêmica. Adentrar o conceito de erro matemático parece ser um grande desafio, uma vez que são necessários conhecimentos específicos do conteúdo a ser tratado, bem como dos fatores que originaram tal situação. A variedade e a complexidade dos erros matemáticos tornam a tarefa mais árdua no que se refere à classificação de erros (Peng e Luo, 2009).

O erro matemático e sua classificação em OA vem recebendo notoriedade a partir de estudos (Marczal, Direne, 2011; Bazzo, Direne, Marczal, 2011; Leite, Pimentel, Oliveira, 2011; Leite, Pimentel, Petrushinski, 2012; Oliveira, Leite, Pimentel 2012), como agente potencializador na aquisição de um conceito. As referidas pesquisas têm discutido esse assunto e apresentado algumas abordagens para que o erro possa auxiliar o aprendiz no seu processo de aprendizagem.

A fim de consolidar o presente estudo, buscou-se explorar, além da remediação vinculada, a classificação de erros matemáticos, a taxionomia de Múltiplas Representações Externas (Ainsworth, 2006). O uso da referida Taxionomia está em, a partir do erro apresentado pelo aluno, propor um *feedback* no âmbito de uma remediação, usando uma MRE, ou seja, explora uma avaliação mais formativa do que qualitativa. Neste sentido, busca-se um melhor direcionamento do aprendizado, uma vez que foco direciona exclusivamente para as necessidades individuais de cada aluno, característica presente em STI.

No caso deste estudo, buscou-se explorar a remediação de erros com o objetivo de prover ao aluno as respostas mais adequadas, podendo estar vinculado ao perfil do aluno ou ao caminho que se está percorrendo, inclusive interferindo antes que o aluno apresente a resolução final equivocada.

As evidências sobre as vantagens do uso de Representações Externas para apoio à aprendizagem estão

presentes em diversos estudos de Ainsworth, entre outros, (Ainsworth, 2006; Ainsworth, 2008; Cox, Brna, 2005; Cleeremans, Jimenez, 2002), discutindo contribuições de relevância em relação a do desempenho e compreensão do aprendizado por parte do aluno.

As MREs apresentam resultados relevantes e cada vez mais estão presentes em materiais educacionais, uma vez que têm como objetivo destacar aspectos importantes da aprendizagem, assim como seus benefícios, quando incorporados a um STI, por apresentar uma interação sistemática entre aprendiz e o mediador (Rau, Aleven, Rummel, Rohrbach, 2012). Outros estudos vêm se consolidando neste sentido (Leite, Pimentel, Oliveira, 2011; Leite, Pimentel, Petrushinski, 2012; Oliveira, Leite, Pimentel 2012).

A consolidação de pesquisas anteriores, nesta área, direcionou este trabalho para a composição e estruturação de um OA, que explora conceitos presentes no Teorema de Pitágoras, a partir do uso da remediação do erro, fundamentado em MRE com base na classificação do erro matemático.

Neste artigo, tem-se como objetivo apresentar o OA Pitágoras desenvolvido para explorar os conceitos do Teorema de Pitágoras, utilizando conceitos presentes em STI, a remediação do erro, classificação de erros matemáticos e MRE, a ser explorado junto a escola da rede pública de ensino fundamental do Estado do Paraná, em uma turma de 9º ano.

2 Estrutura conceitual

O estudo no campo da classificação de erro matemático se fez necessário, a fim de otimizar a possibilidade de fornecer algum tipo de *feedback* para usuários. Assim, para estruturar resultados conceitos pertinentes da área, foram procurados autores que contemplassem tal aspecto (Radatz, 1979; Vergnaud, 1986; Movshovitz-hadar, Zaslavsky, 1987; Peng, Luo, 2009).

As referidas pesquisas encontradas, utilizando a classificação de erro matemáticos, se mostraram frágeis em relação à possibilidade de direcionar um *feedback* mais completo. Deste modo, estruturou-se uma categorização de erros apresentada em Leite, Pimentel, Oliveira (2011), com a nomenclatura: (1) **Interpretação equivocada da linguagem**: dificuldade do aluno em avançar na compreensão da estrutura do problema para então ser formulada uma estratégia; (2) **Diretamente Identificáveis**: deficiência no domínio ou uso inadequado de dados e erro de deficiência de regra, teorema ou definição, além do erro referente a operador lógico; (3) **Indiretamente identificáveis**: falta de lógica correta, neste caso, poderia ser uma classificação incorreta, uma resposta para uma estratégia incorreta ou transformação sem avanço; (4) **Solução não-categorizável**: inexistência de classificação entre os demais.

O uso de uma classificação de erro vislumbra otimizar a possibilidade de fornecer um *feedback* mais compatível com a ação do aluno, a partir da apresentação de

uma representação externa no processo de remediação de erros. A fim de embasar tal proposta, em relação ao uso de representação externa, foram utilizados os conceitos presentes em Ainsworth (2006), sobre Múltiplas Representações Externas, com o propósito de permitir a revisão de fatos, regras e conceitos esquecidos, no processo de remediação de erro.

A classificação de MRE, proposta por Ainsworth (2006), descreve cada uma das funções para cada categoria de MRE, sendo: *função de papéis complementares*, com o objetivo de explorar a representação para apoiar ou complementar um processo cognitivo; *função restrição de compreensão*, com o objetivo restringir possíveis representações, que não sejam relevantes para determinados conceitos; e *função de construção de conhecimento aprofundado*, com o objetivo de explorar a possibilidade do uso de MRE para uma criação de uma compreensão aprofundada, obtida pela generalização de regularidades a partir do conteúdo apresentado.

A Figura 1 apresenta a Arquitetura, que estrutura o processo de remediação de erros, a partir da classificação de erros, juntamente com a função MREs, a fim de proporcionar mais precisão ao processo.

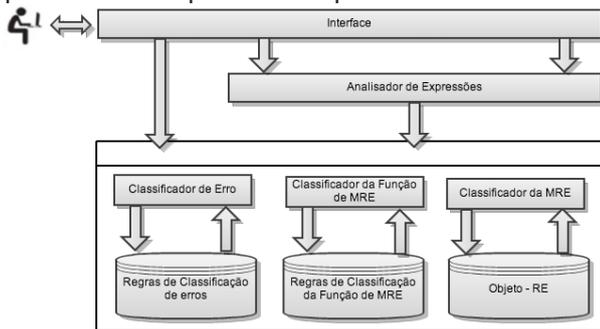


Figura 1. Arquitetura do OA Pitágoras.

A arquitetura é composta por um módulo Classificador de erro, responsável por identificar e classificar o erro, a partir da solução do aluno, usando para isso as regras de produção. Outro módulo é o Classificador de MRE, que tem como objetivo vincular a função da MRE adequada ao erro, também explora as regras de produção. E, finalmente, para identificar a MRE mais adequada ao momento do aprendiz e apresentá-la ao aluno, na sessão de aprendizagem, é usado o Módulo Gerenciador de MRE.

3 Objeto de Aprendizagem Pitágoras

O Objeto de Aprendizagem Pitágoras foi desenvolvido a partir do contato com uma professora de Matemática de uma Escola Pública Estadual da cidade de Curitiba, a qual definiu o campo de interesse de conhecimento como sendo o Teorema de Pitágoras.

Com o objetivo de desenvolver o OA Pitágoras, utilizou-se uma ferramenta de autoria web, a Farma (Ferramenta de Autoria para a Remediação de erros com Mobilidade na Aprendizagem), que permite a criação de OAs, sendo uma das principais características da ferramenta a possibilidade de explorar os erros apresentados pelos alunos durante a interação com OAs.

A Farma tem como principais características: (a) redução dos esforços necessários para construção de objetos educacionais, caracterizado pela intuitividade; (b) redução da habilidade mínima necessária para lidar com conteúdo fora do domínio específico do autor; (c) facilidade de prototipagem rápida, ou seja, é possível validar em tempo real a ideia final do OA. Aspectos que convergem nitidamente para a conclusão e para a validação do presente estudo no que se refere a aplicação da arquitetura, que envolve o uso de MRE para remediação de erros matemáticos (Marczal, Direne, 2012).

Para a aplicação do experimento foram desenvolvidos dois OAs, ambos exploravam os conceitos do Teorema de Pitágoras, que foram estruturados com e sem o processo de remediação, sendo denominados Pitágoras MAX e Pitágoras MIX, respectivamente.

O OA Pitágoras Max (Figura 2) foi elaborado com todas as premissas do estudo de classificação de erros e função de MREs, com o propósito de apresentar a remediação com base em MRE.

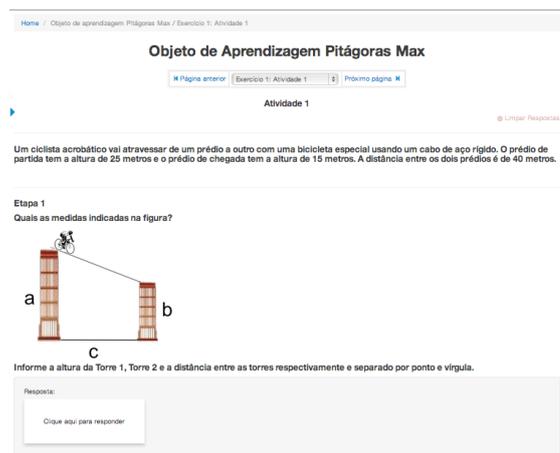


Figura 2. OA Pitágoras Max com remediação com MRE

Como o objetivo era testar a eficiência do uso de remediação com base em MRE, a partir da classificação de erros matemáticos, então o OA Pitágoras Mix (Figura 3), apresentava somente o problema matemático estruturado em forma de enunciado, sinalizando apenas que a resposta estava incorreta. A estratégia adotada foi justamente para se trabalhar com grupo controle e grupo experimental.



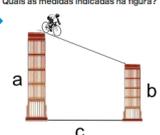
Figura 3. OA Pitágoras Mix sem remediação de MRE

Como o experimento explorou o uso do pré-teste e do pós-teste, então os participantes do experimento foram distribuídos em dois grupos, o Grupo Experimental e o Grupo Controle. O Grupo Experimental foi submetido a intervenção com o OA Pitágoras Max. O Grupo Controle recebeu para a intervenção o OA Pitágoras Mix, com questões idênticas, mas sem o processo de Remediação de erro com MRE.

Na figura 4 é possível observar uma tela do OA Pitágoras Max com a situação-problema e a respectiva MRE apresentada para a remediação do erro. A partir da aplicação da arquitetura, então iniciava a classificação (interpretação equivocada da linguagem; diretamente identificáveis; indiretamente identificáveis e solução não-categorizável). A seguir o módulo Classificador de MRE selecionava a função de MRE compatível com a classificação do erro (papéis complementares, restrição de compreensão e construção de conhecimento aprofundado). E, finalmente, o módulo Gerenciador de MRE selecionava a RE mais compatível.

Um ciclista acrobático vai atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial usando um cabo de aço rígido. O prédio de partida tem a altura de 25 metros e o prédio de chegada tem a altura de 15 metros. A distância entre os dois prédios é de 40 metros.

Etapa 1
Quais as medidas indicadas na figura?



Informe a altura da Torre 1, Torre 2 e a distância entre as torres respectivamente e separado por ponto e vírgula.

Resposta:

Resposta incorreta, analise a dica e tente novamente.
Tentativa: 1

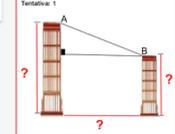


Figura 4 – OA Max com MRE: Situação-problema 1

Como o processo de remediação é modular, então inicia a classificação do erro matemático, para após uma MRE ser proposta, que pode explorar figuras, tabelas, imagens, gráficos, a partir de um modelo de aprendizagem focado na retenção da informação, mediante práticas iterativas e com diferentes níveis de dificuldades.

4 Experimento: método

O experimento foi aplicado a uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Os alunos participaram do estudo como parte de sua instrução matemática regular, assim todos tiveram acesso ao OA Pitágoras.

Para os alunos da turma de 9º ano foi aplicado um teste, o pré-teste, com o objetivo de definir os participan-

tes de cada grupo, com o propósito de tornar os grupos homogêneos. O pré-teste para determinar os grupos foi composto de 6 questões, que envolviam conceitos relacionados ao Teorema de Pitágoras, onde foram definidos o percentual de acertos e, assim, definidos os participantes de cada grupo. A fim de torná-lo mais preciso e formal, as notas do pré-teste foram transformadas em porcentagem. A seguir foi feita uma seleção dos alunos com notas crescentes, sendo um por grupo (controle e experimental).

Os 20 participantes do experimento foram, inicialmente, informados sobre os objetivos do experimento, bem como do caráter voluntário e sigiloso de participação. O experimento foi realizado em 4 horas/aula, cada uma com 50 minutos de duração. Na primeira aula, foi realizado um pré-teste objetivando identificar os conhecimentos prévios em relação ao conteúdo abordado. Em outro momento, os participantes foram convidados a interagir com o ao, a partir das atividades propostas, a seguir resolveram o pós-teste, seguido da aplicação do questionário de satisfação. O questionário, de caráter objetivo, era composto por 12 perguntas referentes aspectos, relacionados com a utilização do Objeto de Aprendizagem, sendo 6 questões sobre facilidade de uso, 3 questões referente ao *feedback* apresentado ao aluno e, finalmente, 3 questões abrangendo o impacto do uso do OA para aprender um conceito.

5 Resultados

Para compor a análise estatística foram estruturadas as seguintes: *hipótese nula*, na qual o efeito da aprendizagem nos níveis de conhecimento, compreensão e aplicação do grupo experimental não eram superiores aos do grupo de controle; *hipótese um*, na qual o efeito de aprendizagem nos níveis de conhecimento, compreensão e aplicação do grupo experimental eram superiores aos do grupo de controle; e, *hipótese dois*, em que o uso do Objeto de Aprendizagem torna o processo mais atrativo. A hipótese dois teve como suporte para a análise o resultado do teste de satisfação aplicado após o participante cumprir as tarefas no OA.

O principal objetivo do experimento era encontrar uma confirmação positiva para o uso de MREs na remediação do erro, por meio de resultados significativos, a partir do uso do OA Pitágoras Max, por propor a remediação do erro com MREs.

Os resultados dos experimentos, como as notas dos alunos, a média e o desvio-padrão dos pré-teste e pós-teste podem ser observados na Tabela 1, para o OA Pitágoras Max, e na Tabela 2, para o OA Pitágoras Mix. Pode-se observar que os resultados confirmam a expectativa geradora da hipótese, ou seja, o uso de remediação de erro apoiado em MREs a partir da classificação do erro contribuiu com o aluno.

Pitágoras Max		
Aprendiz	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1	66,7	100,0
A2	50,0	66,7
A3	80,0	83,3
A4	96,7	96,7
A5	50,0	83,3
A6	83,3	100,0
A7	66,7	83,3
A8	67,5	90,6
A9	75,5	85,9
A10	68,5	86,3
Média	70,5	87,6
Desvio Padrão	14,3	10,0

Tabela 1. Resultado para o OA Max

Pitágoras Mix		
Aprendiz	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1	93,3	100,0
A2	56,7	96,7
A3	66,7	66,7
A4	93,3	100,0
A5	96,7	100,0
A6	93,3	100,0
A7	83,3	83,3
A8	100	66,7
A9	96,7	100,0
A10	79,2	93,7
Média	85,9	90,7
Desvio Padrão	14,4	13,7

Tabela 2. Resultado para o OA Mix

A hipótese do experimento é que o OA Pitágoras Max auxilia o aluno na aprendizagem de conceitos, proporcionando um ganho significativo de aprendizagem.

Em relação ao desempenho dos alunos participantes no OA Pitágoras Max pode-se descartar a Hipótese Nula, que atingiu 0,05% de significância, concluindo satisfatoriamente, com 95% de confiança, que o OA trouxe ganhos para a aquisição de conceitos matemáticos.

A outra hipótese foi a considerada nula, na qual a média do pós-teste do OA Pitágoras Max foi menor ou igual a média do pré-teste. Por outro lado, a alegação visa a saber se a média dos pós-teste foi significativamente maior que a média do pré-teste, identificando um ganho na aprendizagem dos alunos. Para tanto, foi utilizado um teste-t pareado, uma vez que a amostra tem tamanho menor que 30. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p=0,000412178$ ($t=4,9202$, $df=9$). Assim, como $p < \alpha$, pode-se negar a hipótese nula, concluindo que há evidências para afirmar, com 95% de confiança, que o OA Pitágoras Max auxiliou os participantes na aquisição de conceitos.

A hipótese nula do OA Pitágoras Mix foi que a média do pós-teste é menor ou igual a média dos pré-teste. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p=0,20834$ ($t=0,8527$, $df=9$). Assim, como $p > \alpha$, não se pode negar a hipótese nula, concluindo que não existem evidências para afirmar que o OA Pitágoras Mix auxiliou os participantes na aquisição de conceitos. Isso talvez se deva ao fato de se tratar de uma reprodução do modelo didático de sala de aula, composto somente por enunciados de problemas.

Assim foram encontrados indícios sobre a importância da mudança de paradigma, quando se transfere do modelo tradicional para uma abordagem, que explora os recursos tecnológicos, no caso o OA. Confirmando que, se os OAs forem construídos com os devidos cuidados podem auxiliar o aluno de forma mais eficiente.

Em relação ao questionário de satisfação aplicado ao final da interação com os OAs, Pitágoras Mix e Pitágoras Max: 48% do grupo de questões referente a facilidade de uso consideraram plenamente satisfatório aspectos referente a facilidade de uso do OA. No outro grupo, independente, onde foram analisados aspectos referente

feedback, 42% se manifestaram de maneira plenamente satisfatória quanto à forma de *feedback* apresentado. Enquanto que o grupo resolução de tarefas, usando o OA, também analisado de forma independente, 54% consideraram plenamente relevante o uso de um OA para aquisição de um conceito.

6 Conclusões

O referido estudo permitiu vislumbrar muitas vantagens em relação ao uso de um diagnóstico seguido de uma intervenção, conceito presente em STIs. No caso do estudo, o foco foi explorar a detecção do erro e disponibilizar remediação de erros de um mesmo contexto, a diferença principal em relação a outras pesquisas está na classificação do erro matemático e no uso de MRE.

A literatura traz o crescente uso de conceitos pertinentes a remediação de erros, que viabiliza a intervenção junto ao aluno, antes da progressão em um determinado erro, evitando, assim, uma solução completa, mas equivocada. A redução de erros é uma consequência e um ganho em relação ao processo de aquisição de um conceito, e pode-se confirmar esse aspecto como relevante na proposta do estudo aqui apresentado.

Embora o uso de MRE tenha como característica mais notável, a redução da carga cognitiva, comprovada por meio de experimento, a hipótese do estudo, foi possível encontrar um aliado relevante, no que se refere a oportunizar uma revisão do processo utilizado durante a estratégia de resolução.

Em relação a arquitetura apresentada e ao uso da Farma, foi possível explorar todos os aspectos no estudo, no que se refere a viabilizar a remediação do erro, por intermédio de uma categorização de erro com uso de MREs. Já é possível perceber a necessidade de expandir a classificação de erros, bem como, subdividir em mais categorias as funções de MRE, como propósito para atender um maior nível de granularidade em relação ao processo.

O OA Pitágoras Max confirmou a possibilidade de aprofundar conhecimentos conceituais, usando as conexões que foram adquiridas por meio da manipulação do OA. Finalmente, os resultados demonstram significativos ganhos de aprendizagem para os alunos que experimentaram o OA Pitágoras Max.

Pode-se concluir que o presente experimento entende os conceitos envolvendo STI e aquisição de conceitos, classificação de erros vinculados a MREs. Ainda pretende-se aplicar outros experimentos usando o modelo arquitetural com outros conceitos matemáticos, mediados por OA, com grupos maiores de alunos.

Uma das principais perspectivas para avançar nos estudos é incluir a remediação de erros, pelo acompanhamento das etapas de resolução de um problema, a proposição do uso de MREs para tornar o aprendizado mais efetivo, auxiliando o aluno na aquisição de conceitos de maneira mais efetiva.

Outro aspecto relevante que se pode destacar são os indícios sobre a importância da mudança de paradigma, quando se transfere do modelo tradicional para uma abordagem que explora os recursos tecnológicos, no caso, o OA. Confirmando que, se os OAs forem construídos com os devidos cuidados, podem auxiliar o aluno de modo mais eficiente.

7 Referências

- AISWORTH, S. DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *In: Learning and Instruction*, 16, 183-198, 2006.
- AINSWORTH, S. *The educational value of multiple representations when learning complex scientific concepts. Theory and Practice in Science Education*, p. 191-208, 2008.
- BAZZO, G.; DIRENE, A.; MARCZAL, D. "Classificação automática de erros de aprendizes humanos do processo de indução analítica" *In: XXII SBIE – Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE-2011)*, p. 130-139, Aracaju, Sergipe, Brasil. SBC, 2011.
- CLEEREMANS, A.; JIMENEZ L. *Implicit Learning and Consciousness: An Empirical*. Psychology Press, 2002.
- COX, R.; BRNA, P. Supporting the use of external representations in problem solving: The need for flexible learning environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education*, v. 6, p. 239-302, 1995.
- IEEE Learning Technology Standards Committee (LTSC) (2000) "Draft Standard for Learning Object Metadata", Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. LTSC. (2000). Learning technology standards committee website. Disponível em: <<http://ltsc.ieee.org/>>. Acesso em: 20 jul. 2007.
- LEITE, M. D.; PIMENTEL, A. R.; OLIVEIRA, F. D. Um estudo sobre classificação de erros: uma proposta aplicada a Objetos de Aprendizagem. *In: 22o. Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 2011, Aracaju - SE. Anais do XXII SBIE - XVII WIE, 2011. p. 264-273. Brasil. SBC*
- LEITE, M. D.; PIMENTEL, A. R.; PIETRUCHINSKI M. H. Remediação de erros baseada em Múltiplas Representações Externas e classificação de erros aplicada a Objetos de Aprendizagem Inteligentes. *In: Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2012, Rio de Janeiro - RJ. Anais do XXIII SBIE - XVIII WIE, 2012. Brasil. SBC.*
- MARCZAL, D.; DIRENE, A. I. "Um arcabouço que enfatiza a retroação a contextos de erro na solução de problemas", *Revista Brasileira de Informática na Educação*, v. 19, n. 63, p. 19-27, 2011. Brasil. SBC.
- MARCZAL, D.; DIRENE, A. Farma: Uma ferramenta de autoria para objetos de aprendizagem de conceitos matemáticos. *In: Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2012, Rio de Janeiro - RJ. Anais do XXIII SBIE - XVIII WIE, 2012. Brasil. SBC.*
- MOVSHOVITZ-HADAR, N.; ZASLAVSKY, O. An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 18, n. 1, p. 3-14, março, 1987.
- OLIVEIRA, F. D.; LEITE, M. D.; PIMENTEL, A. R. Um Processo de Remediação de Erros com Base no Uso de Múltiplas Representações Externas no Contexto de Objetos de Aprendizagem. *In: Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2012, Rio de Janeiro - RJ. Anais do XXIII SBIE - XVIII WIE, 2012. Brasil. SBC*
- PENG, A.; LUO, Z. A framework for examining mathematics teacher knowledge as used in error analysis. *For the Learning of Mathematics*, v. 29, n. 3, p. 22-25, November, 2009.
- RADATZ, H. Error Analyses in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 10, n. 2, p. 163-172, maio, 1979.
- RAU, M. A.; ALEVEN, V.; RUMMEL, N. Intelligent tutoring systems with multiple representations and self-explanation prompts support learning of fractions: *In: 14th International Conference on Artificial Intelligence*, p. 441-448. IOS Press, Amsterdam, 2009.
- RAU, M. A.; SCHEINES, R. Searching for variables and models to investigate mediators of learning from multiple representations. *In: Yacef, K., Zaiane, O., Hershkovitz, H., Yudelson, M., and Stamper, J. (Eds.), Proceedings of the 5th International Conference on Educational Data Mining*, p. 110-117, 2012.
- VERGNAUD, G. "Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas", *Análise Psicológica*, v. 1, n. 5, p. 76-90, 1986.